

## Задача 1. Пятистенок

Для строительства одного ряда нужно три бревна длиной  $a$  и два бревна длиной  $b$ , поэтому для нахождения ответа нужно нацело поделить  $n$  на  $3a + 2b$ .

```
a = int(input())
b = int(input())
c = int(input())
ans = c // (3 * a + 2 * b)
print(ans)
```

## Задача 2. Ёлочки

Ёлочка красоты  $n$  состоит из  $2n$  ветвей длины  $1, 2, \dots, n$  и ствола длины  $2n + 1$ , поэтому нужно посчитать сумму  $s = 1 + 2 + \dots + n$  и вывести значение  $2s + 2n + 1$ .

Если для нахождения суммы чисел от  $1$  до  $n$  использовать цикл, то решение будет набирать 60 баллов. т.к. для больших  $n$  будет работать долго. Пример такого решения

```
n = int(input())
s = 0
for i in range(1, n + 1):
    s += i
print(2 * s + 2 * n + 1)
```

Для того, чтобы набрать 100 баллов, заметим, что  $2s = n(n + 1)$ , поэтому программа может просто вывести значение  $n(n + 1) + 2n + 1$ .

```
n = int(input())
print(n * (n + 1) + 2 * n + 1)
```

## Задача 3. Соревнование делимости

Для того, чтобы набрать 60 баллов, можно просто перебрать все числа от  $x$  до  $y$ , посчитать число делящихся на  $k$  среди них, посчитать число делящихся на  $m$ , и вычесть из одного числа другое. В решении ниже эти количества не считаются отдельно, а считается сразу же ответ. Если число делится на  $k$ , то ответ увеличивается на 1, если число делится на  $m$ , то ответ уменьшается на 1, одно число может и увеличить, и сразу же уменьшить ответ на 1.

```
k = int(input())
m = int(input())
x = int(input())
y = int(input())

ans = 0
for i in range(x, y + 1):
    if i % k == 0:
        ans += 1
    if i % m == 0:
        ans -= 1
print(ans)
```

Чтобы набрать 100 баллов, нужно быстро посчитать количество чисел, делящихся на данное число на данном отрезке. Количество чисел от  $1$  до  $y$ , делящихся на  $k$ , равно  $\lfloor \frac{y}{k} \rfloor$  (целая часть от частного  $\frac{y}{k}$ , то есть целочисленное деление  $y$  на  $k$ ). А чтобы посчитать количество кратных  $k$  на отрезке от  $x$  до  $y$  нужно из количества кратных  $k$  на отрезке от  $1$  до  $y$  вычесть количество кратных

$k$  на отрезке от 1 до  $x - 1$ , то есть  $\lfloor \frac{y}{k} \rfloor - \lfloor \frac{x-1}{k} \rfloor$ . Аналогично посчитаем количество кратных  $m$  на отрезке от  $x$  до  $y$ . Пример решения.

```
k = int(input())
m = int(input())
x = int(input())
y = int(input())
print(y // k - (x - 1) // k - y // m + (x - 1) // m)
```

## Задача 4. Задача из ЕГЭ

40 баллов можно набрать, если реализовать то, что требуется в условии задачи, “в лоб”: вычислить  $2^a + 2^b - 2^c$ , перевести результат в двоичную систему счисления и посчитать число нулей и единиц.

Пример решения на языке Python.

```
a, b, c, d = [int(input()) for i in range(4)]
n = (1 << a) + (1 << b) - (1 << c)
print(bin(n)[2:].count(str(d)))
```

В этом решении для вычисления степени  $2^a$  используются битовый сдвиг числа 1 на  $a$  бит влево:  $1 \ll a$ , но можно использовать и возведение в степень:  $2 ** a$ . Для перевода числа в двоичную систему счисления здесь используется функция `bin` языка Python, а для подсчёта числа символов «0» или «1» используется метод `count`. Если в языке программирования нет встроенной функции перевода числа в двоичную систему счисления, можно сделать это циклом, деля число на 2, например, так.

```
count = [0, 0]
while n > 0:
    count[n % 2] += 1
    n //= 2
```

Чтобы набрать полный балл необходимо разобрать различные случаи соотношения чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Например, если  $a > b > c$ , то значение  $2^a + 2^b - 2^c$  будет иметь в двоичной системе счисления вид  $100\dots0011\dots1100\dots00$ , где старшая единица соответствует позиции  $a$ , а группа из единиц расположена между позициями  $b$  (не включительно) и  $c$  (включительно). Необходимо аккуратно разобрать все случаи и для каждого из них посчитать количество нулей и единиц. Пример решения на полный балл.

```
a = int(input())
b = int(input())
c = int(input())
d = int(input())

if a < b:
    a, b = b, a

if c <= b:
    if d == 0:
        print(c + a - b)
    else:
        print(b - c + 1)
elif a > c > b:
    if d == 0:
        print(c - 1)
    else:
        print(a - c + 1)
else: # c == a
```

```
if d == 0:
    print(b)
else:
    print(1)
```

## Задача 5. Бизнесмен Василий

В этой задаче нужно посчитать количество способов разбить массив на три непрерывных непустых части с равной суммой. Для того, чтобы набрать 40 баллов достаточно перебрать все возможные разбиения, то есть перебрать значения границ  $i$  между первой и второй частью и границы  $j$  между второй и третьей частью. Посчитаем для каждой части сумму элементов в ней и если три эти суммы равны увеличим ответ на 1. Такое решение имеет сложность  $O(n^3)$ .

```
n = int(input())
a = [int(input()) for i in range(n)]
ans = 0
for i in range(1, n - 1):
    for j in range(i + 1, n):
        if sum(a[:i]) == sum(a[i:j]) == sum(a[j:]):
            ans += 1
print(ans)
```

Можно ускорить это решение, если сумму элементов в каждой части вычислять за  $O(1)$ , а не за  $O(n)$ . Это можно сделать при помощи префиксных сумм, или следующим образом: передвигая границу одной части на один элемент вправо, будем добавлять значение этого элемента к сумме той части, к которой добавился этот элемент. Если сумма всех элементов в массиве равна  $s$ , то значение  $s$  должно делиться на 3, и тогда достаточно проверить, что суммы первой и второй части равны  $s/3$ . Общая сложность решения будет  $O(n^2)$ . Такое решение набирает 60 баллов.

```
n = int(input())
a = [int(input()) for i in range(n)]
s = sum(a)
ans = 0
if s % 3 == 0:
    s = s // 3
    s1 = 0
    for i in range(n - 2):
        s1 += a[i]
        if s1 == s:
            s2 = 0
            for j in range(i + 1, n - 1):
                s2 += a[j]
                if s2 == s:
                    ans += 1
print(ans)
```

Уменьшим сложность решения до  $O(n)$ . Для этого будем перебирать значение  $j$  — границы между второй и третьей части. Если сумма элементов левее этой границы равна  $2s/3$ , то это подходящая граница. Также нам нужно знать количество подходящих границ между первой и второй частью левее данной границы — это количество таких границ, левее которых сумма элементов будет равна  $s/3$ . Количество таких подходящих границ будем хранить в переменной `count`, которую будем увеличивать, если значение текущей суммы (слева от рассматриваемой границы) равно  $s/3$ . А если значение текущей суммы равно  $2s/3$ , то будем к ответу добавлять значение `count`.

```
n = int(input())
a = [int(input()) for i in range(n)]
s = sum(a)
```

```
ans = 0
if s % 3 != 0:
    s //= 3
count = 0
curr_sum = 0
for elem in a[::-1]:
    curr_sum += elem
    if curr_sum == 2 * s:
        ans += count
    if curr_sum == s:
        count += 1
print(ans)
```