Максимальное количество баллов за олимпиаду — 72
Максимальный балл за задание — 12

Задание 1.

Модель искусственного интеллекта по видеозаписи матча определяет по форме мяча, это матч по футболу или по регби. Модель всегда определяет форму мяча верно и не опирается на другие параметры при определении вида спорта.

В футбол играют круглым мячом, а в регби — мячом овальной формы. Модели ИИ было предоставлено 50 записей матчей, среди которых оказалось и несколько матчей по волейболу (в который играют также круглым мячом). Известно, что модель определила вид спорта верно на 32 видеозаписях. На скольких видео были матчи по футболу, если известно, что видео с регби и с волейболом было поровну?

Ответ. 14.

Критерии оценивания. Верный ответ — 12 баллов; неверный или отсутствующий ответ — 0 баллов.

Решение.

Модель ИИ определила неверно лишь матчи по волейболу, поэтому их было $50 - 32 = 18$. Значит, и видео с регби было 18, остаётся $50 - 18 - 18 = 14$ видео с футболом.

Задание 2.

В файле записаны все четырёхзначные числа (по одному разу), в которых все цифры нечётные, при этом никакие две одинаковые цифры не идут подряд. Назовём число прыгающим, если любые две его соседние цифры отличаются более чем на 6. Сколько процентов составляют прыгающие числа от общего количества чисел, записанных в файле?

Ответ. 0,625.

Критерии оценивания. Верный ответ — 12 баллов; неверный или отсутствующий ответ — 0 баллов.

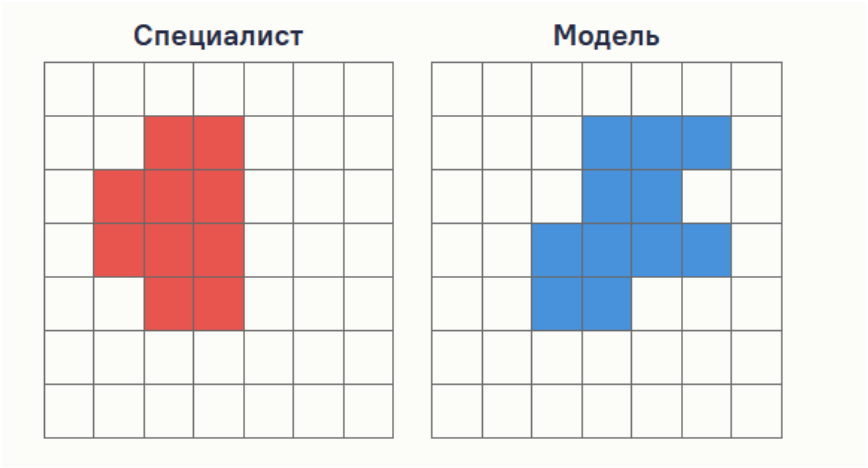
Решение.

В прыгающем числе рядом могут стоять лишь цифры 1 и 9, поэтому подходят только числа 1919 и 9191. Получается, таких чисел два, а всего в файле $5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ чисел, поскольку первую нечётную цифру можно выбрать пятью способами, а каждую следующую — четырьмя (чтобы она не была равна предыдущей). Остается вычислить ответ: $2 \cdot 100 : (5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4)\% = 0.625\%$.

Задание 3.

Спутниковый снимок местности разбили на квадратные клетки. Специалист отметил клетки, в которых есть возвышенности. Модель искусственного интеллекта независимо отметила клетки, которые она посчитала содержащими возвышенности. Разметку специалиста будем считать правильной.

Из-за ошибки координат вся разметка модели сдвинута ровно на одну клетку в одном из четырёх направлений: вверх, вниз, влево или вправо. Чтобы исправить ошибку, нужно сдвинуть все синие клетки в одном направлении. Правильным считается направление, при котором после сдвига максимальным окажется число клеток, отмеченных и специалистом, и моделью.



Для каждого из четырёх возможных сдвигов посчитайте число клеток, отмеченных и специалистом, и моделью.

Направление сдвига	Число совпавших клеток
Вверх	
Вниз	
Влево	
Вправо	

В каком направлении нужно сдвинуть разметку модели, чтобы таких клеток было как можно больше?

Для выбранного сдвига найдите число клеток с возвышенностями, которые модель пропустила.

Для выбранного сдвига найдите число клеток без возвышенностей, которые модель ошибочно отметила как содержащие возвышенности.

Показатель пересечения над объединением (Intersection over Union, IoU), или индекс Жаккара, равен отношению числа клеток, отмеченных и специалистом, и моделью, к числу клеток, отмеченных хотя бы одним из них. После исправления сдвига геологи проверят каждую клетку, которую отметил хотя бы специалист или модель. Сколько клеток им потребуется проверить?

Найдите значение IoU. Ответ запишите в виде несократимой дроби.

После исправления сдвига разрешается изменять разметку модели. За одно действие можно добавить или удалить отметку модели в одной клетке. Какое минимальное число действий потребуется, чтобы IoU стал не меньше $\frac{4}{5}$?

Варианты ответа:

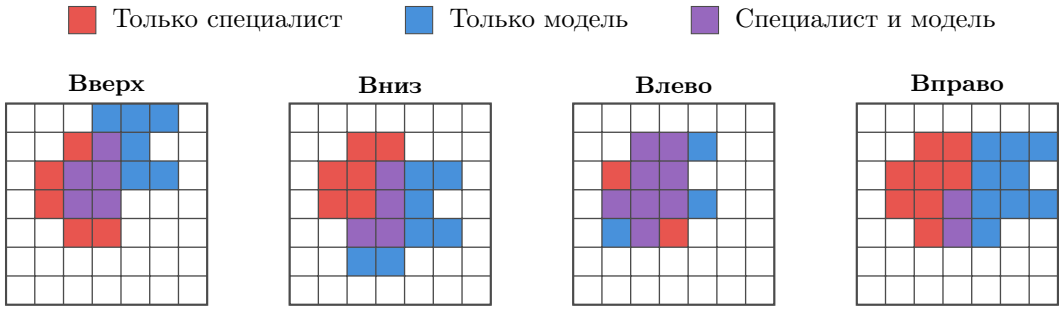
1. Вверх
2. Вниз
3. Влево
4. Вправо

Ответ. Пересечения при сдвигах вверх, вниз, влево, вправо: $5, 4, 8, 2$. Лучший сдвиг — влево (вариант 3). После него: 2 пропущенные и 3 лишние клетки; проверить нужно 13 клеток; IoU $= \frac{8}{13}$; минимум 3 действия.

Критерии оценивания. За верное направление — 0,4 балла; за каждое из четырёх пересечений — по 0,9 (всего 4 за первый вопрос). По 1 баллу за число пропущенных и лишних клеток; 1 балл за число проверяемых клеток; 2 балла за IoU; 3 балла за минимальное число действий. Баллы за пункты суммируются, максимум — 12. За неверный или отсутствующий ответ на отдельно оцениваемый пункт — 0 баллов, если частичное оценивание не указано отдельно.

Решение.

1. Посчитаем для каждого направления число клеток, отмеченных и специалистом, и моделью:



Направление сдвига	**Число совпавших клеток**
вверх	5
вниз	4
влево	8
вправо	2

Наибольшее число совпадений получается при сдвиге влево.

Ответ: вверх — 5, вниз — 4, влево — 8, вправо — 2; разметку нужно сдвинуть влево.

2. После сдвига влево на карте остаются две красные и три синие клетки.

Ответ: 2 пропущенные клетки и 3 ошибочно отмеченные.

3. После сдвига влево восемь клеток отмечены обоими, две — только специалистом, три — только моделью. Поэтому геологам потребуется проверить

$$8 + 2 + 3 = 13$$

клеток и

$$\text{IoU} = \frac{8}{13}.$$

Ответ: 13 клеток; $\text{IoU} = \frac{8}{13}$.

4. Добавление отметки в пропущенную клетку увеличивает числитель IoU, а удаление ложной отметки уменьшает знаменатель. Любое другое действие не увеличивает IoU. Поэтому достаточно рассмотреть два вида полезных действий: добавить отметку в пропущенную клетку или удалить ложную отметку.
Проверим все способы выполнить два полезных действия:

Действия	**Получившийся IoU**
Добавить две отметки	$\frac{10}{13}$
Добавить одну и удалить одну	$\frac{9}{12}$
Удалить две отметки	$\frac{8}{11}$

Все три значения меньше $\frac{4}{5}$, поэтому двух действий недостаточно, а одного — тем более. Трёх действий достаточно: например, можно удалить все три ложные отметки модели. Тогда

$$\text{IoU} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}.$$

Ответ: 3 действия.

Задание 4.

Аналитик собирает выборку примеров. Каждый пример описывается четырьмя признаками со значениями «да» или «нет», и для каждого примера известен верный ответ — тоже «да» или «нет».

В этой задаче модель — программа, которая только по четырём признакам выдаёт ответ «да» или «нет». Поэтому на всех примерах с одинаковым набором признаков модель обязательно даёт один и тот же ответ. Для разных наборов признаков ответы программы могут выбираться независимо.

а) Один набор признаков встретился в выборке девять раз. В пяти случаях верный ответ равен «да», а в четырёх — «нет». Какое наименьшее число ошибок может допустить модель на этих девяти примерах?

б) В таблице указано количество примеров с четырьмя различными наборами признаков.

Набор признаков	Ответ «да»	Ответ «нет»
А	3	1
Б	2	3
В	4	2
Г	1	2

Какое наименьшее число ошибок модель может допустить на всех этих примерах?

в) Выборка содержит 24 примера. Никакой набор признаков не встречается в ней ровно один или ровно два раза. Оказалось, что любая модель ошибается хотя бы на 10 примерах. Какое наибольшее число различных наборов признаков могло встретиться в выборке?

Ответ. По порядку вопросов: 4; 6; 7.

Критерии оценивания. За правильные ответы по порядку вопросов: 1; 3; 8 баллов соответственно. Баллы за пункты суммируются, максимум — 12. За неверный или отсутствующий ответ на отдельно оцениваемый пункт — 0 баллов, если частичное оценивание не указано отдельно.

Решение.

1. Модель должна дать один ответ на всех девяти примерах. Если она ответит «да», то ошибётся в четырёх случаях, а если «нет» — в пяти. Наименьшее число ошибок — 4.

   Ответ: 4.

2. Для каждого набора признаков модель может выбрать более частый ответ. Тогда число ошибок равно меньшему из двух чисел в соответствующей строке. Получаем

$$1 + 2 + 2 + 1 = 6.$$

   Ответ: 6.

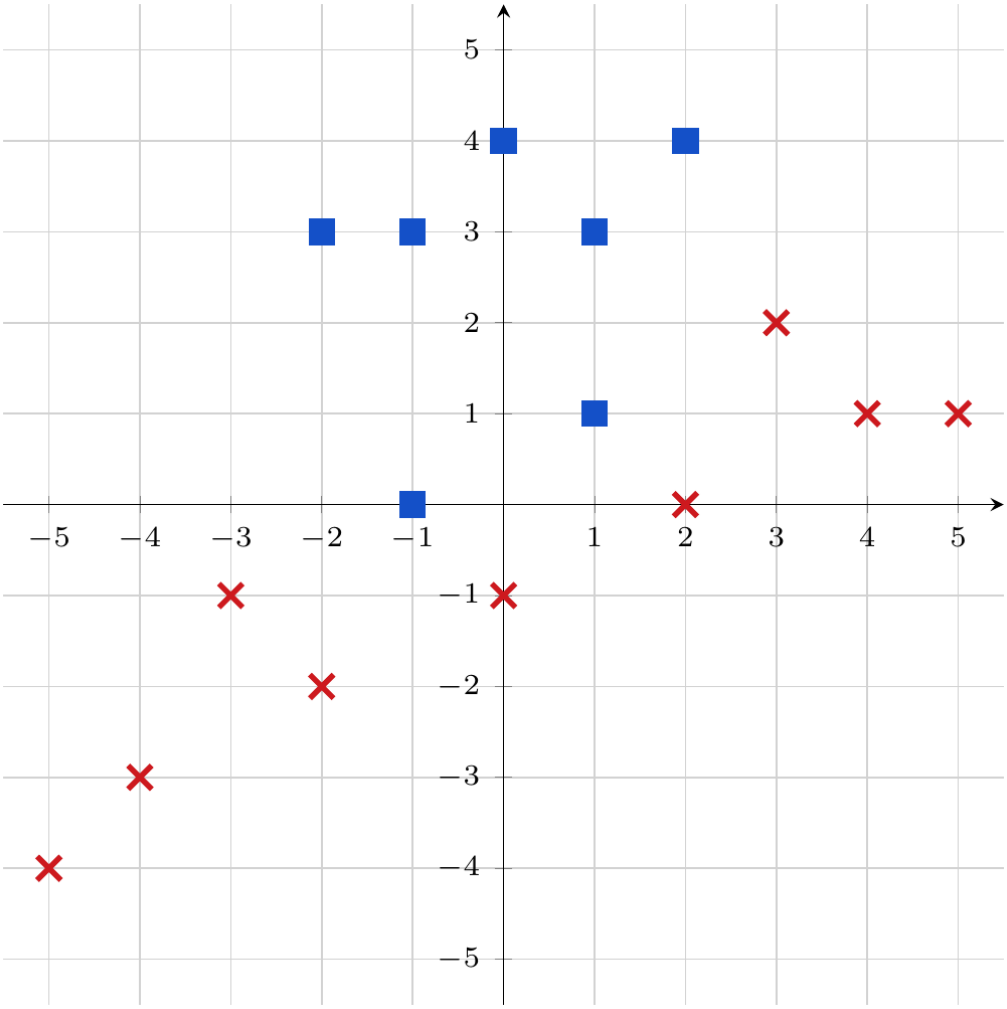
3. Каждый встретившийся набор признаков представлен хотя бы тремя примерами. Поэтому различных наборов не больше $24 : 3 = 8$. Если наборов ровно восемь, каждому соответствуют ровно три примера. Для каждой такой тройки программа может выбрать более частый ответ и ошибиться не больше одного раза. Всего получится не больше восьми ошибок, что противоречит условию о десяти неизбежных ошибках. Значит, различных наборов не больше семи.

   Семь наборов получить можно. Возьмём четыре группы по три примера, в каждой из которых ответы распределены как 2 к 1, и три группы по четыре примера с распределением ответов 2 к 2. Всего будет $4 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 24$ примера, а любая модель допустит не меньше $4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 10$ ошибок.

   Ответ: 7.

Задание 5.

На плоскости отмечены 7 квадратиков и 9 крестиков. Линейный классификатор задаётся невертикальной прямой: точку он относит к квадратикам, если она лежит на прямой или выше неё, и к крестикам — если строго ниже прямой.



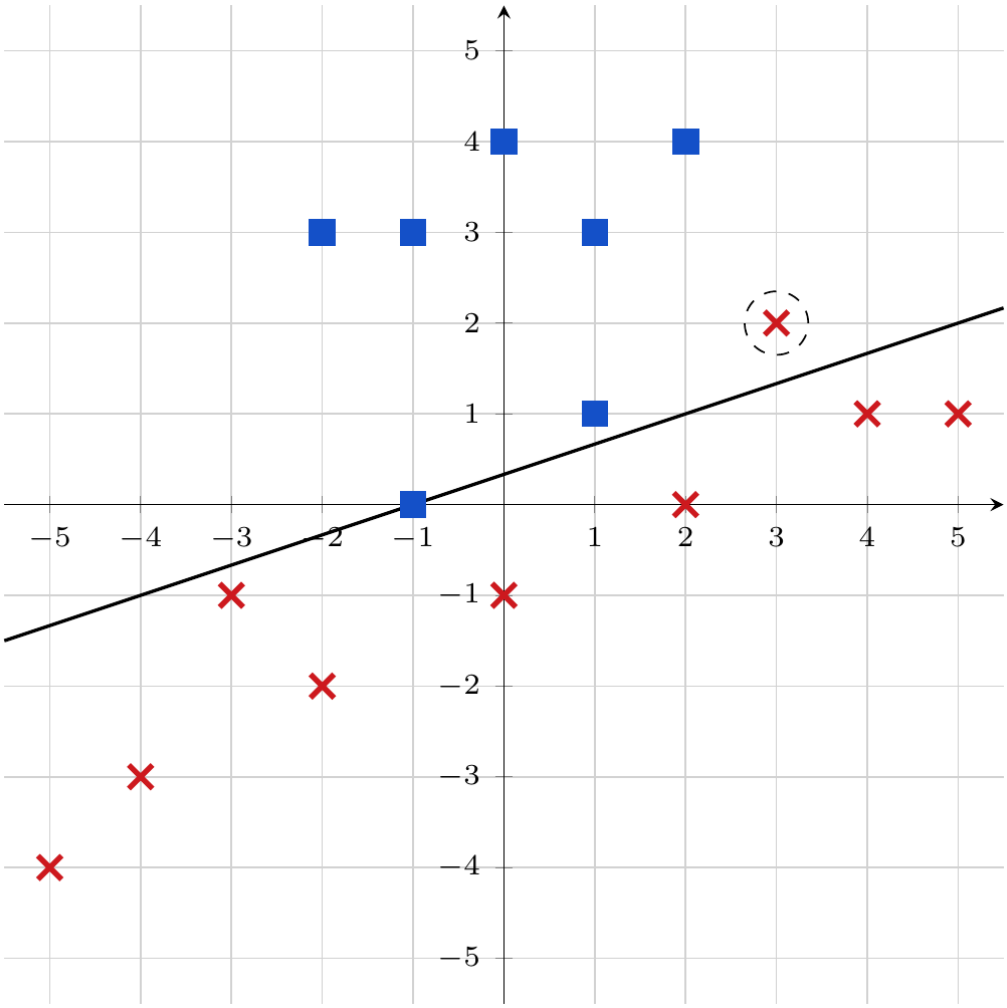
Какое наибольшее число точек можно классифицировать верно?

Ответ. 15.

Критерии оценивания. Верный ответ — 12 баллов; неверный или отсутствующий ответ — 0 баллов.

Решение.

Пример. Прямая на картинке ниже классифицирует верно все точки, кроме $(3, 2)$. То есть 15 точек.



Оценка. Крестики $(-3, -1)$ и $(3, 2)$ и квадратик $(-1, 0)$ лежат на одной прямой, причём квадратик — между крестиками. Если оба крестика определены верно, то для них $ax + by < c$; такие точки образуют полуплоскость, а она вместе с любыми двумя своими точками содержит и весь отрезок между ними — в том числе квадратик $(-1, 0)$, который тогда тоже будет объявлен крестиком.

Значит, все 16 верно классифицировать нельзя и максимум равен 15.

Задание 6.

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

При разработке системы компьютерного зрения для автономного робота вы получили набор из n координат объектов, обнаруженных на 2D-карте пространства. Чтобы передать эти данные в модуль навигации, вам необходимо сформировать «область интереса» (Bounding Box) — минимальный прямоугольник со сторонами, параллельными осям координат, содержащий все обнаруженные объекты. Обратите внимание, что точки, находящиеся на границах прямоугольника, также считаются находящимися внутри него.

Ваша задача — вычислить площадь этого прямоугольника, чтобы определить размер области, которую должен обрабатывать алгоритм сегментации.

Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит одно целое число N $(2 \leqslant n \leqslant 1000)$.

Следующие n строк: в i-й строке два целых числа x_i, y_i $(|x_i|, |y_i| \leqslant 10^4)$ — координаты i-й точки.

Формат выходных данных

Программа должна выводить единственное число — минимальную площадь прямоугольника со сторонами, параллельными осям координат, внутри которого будут находиться все обнаруженные объекты.

Гарантируется, что итоговый прямоугольник невырожденный (имеет ненулевую площадь).

Пример 1

Ввод	**Вывод**
4 -2 3 1 5 0 0 3 -1	30

Ответ. $(\max_i x_i - \min_i x_i)(\max_i y_i - \min_i y_i)$.

Критерии оценивания. Программа выводит одно целое число — площадь минимального прямоугольника со сторонами, параллельными осям, содержащего все точки. Распределение баллов по тестам в предоставленных материалах не указано; числовую шкалу необходимо уточнить.

Решение.

Прямоугольник со сторонами, параллельными осям координат, полностью задаётся двумя величинами:

- **ширина** — разность между максимальной и минимальной координатой x: $W = x_{\max} - x_{\min}$;
- **высота** — разность между максимальной и минимальной координатой y: $H = y_{\max} - y_{\min}$.

Тогда площадь прямоугольника равна: $S = W \cdot H = (x_{\max} - x_{\min}) \cdot (y_{\max} - y_{\min})$.

Почему этот прямоугольник минимален? Любой прямоугольник со сторонами, параллельными осям, содержащий все точки, обязан иметь левую границу не правее $x_{\min}$, а правую — не левее $x_{\max}$. Значит, его ширина не меньше $x_{\max} - x_{\min}$. Аналогично, его высота не меньше $y_{\max} - y_{\min}$.

Таким образом, всё, что нужно сделать, — это найти значения $x_{\max}$, $x_{\min}$, $y_{\max}$, $y_{\min}$ и вывести итоговую площадь $(x_{\max} - x_{\min}) \cdot (y_{\max} - y_{\min})$.

Сложность: $O(n)$ по времени и $O(n)$ по памяти.

Код решения на языке Python:

```
n = int(input())
lx, ly = [], []
for i in range(n):
    x, y = list(map(int, input().split()))
    lx.append(x)
    ly.append(y)
print((max(lx) - min(lx)) * (max(ly) - min(ly)))
```

